

Einsendearbeit: Kurs 00522, Allokationstheorie, KE2, Sommersemester 2016

Aufgabe 1

Betrachten Sie die Produktionsseite einer Ökonomie, in welcher die beiden Endprodukte X und Y sowie das Zwischenprodukt Z hergestellt werden. Für die Herstellung des Gutes Y werden gemäß der Produktionsfunktion $Y = G(A_y, K_y)$ nur Arbeit A und Kapital K benötigt. Die Produktion des Gutes X benötigt hingegen noch das Zwischenprodukt Z , so dass die Produktionsfunktion $X = F(A_x, K_x, Z)$ lautet. Die Kapitalverwendung im Y -Sektor beeinflusst die Produktion des Zwischenproduktes negativ, welches gemäß der Produktionsfunktion $Z = H(A_z, K_z, K_y)$ hergestellt wird. In allen Produktionsfunktionen bezeichnen A_i und K_i , $i = x, y, z$ die für die Produktion von Gut i eingesetzte Arbeit bzw. das eingesetzte Kapital. Mit Ausnahme von $\frac{\partial H}{\partial K_y} < 0$ werden für alle Produktionsfunktionen positive und abnehmende Grenzproduktivitäten der Inputfaktoren angenommen.

- Stellen Sie das Optimierungsproblem zur Ermittlung der Bedingungen für ein Pareto-Optimum in der Produktion auf. (20 Punkte)
- Leiten Sie die Bedingungen erster Ordnung für ein Pareto-Optimum her. (14 Punkte)
- Zeigen Sie, dass im Pareto-Optimum gelten

$$\text{i) } \frac{\frac{\partial F}{\partial K_x}}{\frac{\partial F}{\partial A_x}} = \frac{\frac{\partial G}{\partial K_y}}{\frac{\partial G}{\partial A_y}} + \frac{\frac{\partial H}{\partial K_y}}{\frac{\partial H}{\partial A_z}} = \frac{\frac{\partial H}{\partial K_z}}{\frac{\partial H}{\partial A_z}},$$

$$\text{ii) } \frac{\partial F}{\partial A_x} = \frac{\partial F}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial A_z},$$

$$\text{iii) } \frac{\partial F}{\partial K_x} = \frac{\partial F}{\partial Z} \frac{\partial H}{\partial K_z}.$$

(20 Punkte)

- Interpretieren Sie die in Teilaufgabe c) genannten Bedingungen kurz ökonomisch. (10 Punkte)

Nehmen Sie an, dass alle Güter auf vollkommenen Märkten gehandelt werden und die Produzenten somit Preisnehmer sind.

- Überprüfen Sie, ob die Bedingungen aus Teilaufgabe c) im Marktgleichgewicht erfüllt sind. (22 Punkte)
- Die Regierung erwägt, den Kapitaleinsatz im Sektor Y mit der Mengensteuer t zu belegen. Die Steuer soll derart ausgestaltet sein, dass die Bedingungen aus Teilaufgabe c) erfüllt sind. Bestimmen Sie den entsprechenden Steuersatz. (14 Punkte)